

# Übungen zur FP-Einführungsvorlesung

## Statistische Methoden

Blockkurs, Februar/März 2012

Prof. Dr. K. Jakobs, Dr. C. Weiser, Dr. R. Bernhard

### Aufgabenblatt 3

Donnerstag, 1. März 2012

#### 1. Varianz des gewichteten Mittelwerts

Benutzen Sie die Fehlerfortpflanzung, um aus der Formel für das gewichtete Mittel

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_j \frac{1}{\sigma_j^2}}$$

die Varianz des gewichteten Mittels herzuleiten. Gehen Sie dabei davon aus, dass die Einzelmessungen  $x_i$  unabhängig voneinander sind.

#### 2. Fehlerfortpflanzung

Masse und Geschwindigkeit eines Teilchens seien mit  $m$  und  $v$  bezeichnet, ihre Messfehler mit  $\Delta m = \sqrt{\sigma^2(m)}$  und  $\Delta v = \sqrt{\sigma^2(v)}$ . Die Messungen werden als unabhängig angenommen, d.h.  $\text{cov}(m, v) = 0$ . Weiterhin seien ihre relativen Messfehler bekannt:

$$\Delta m/m = a \quad , \quad \Delta v/v = b \quad .$$

(a) Betrachten Sie den Impuls  $p = mv$  und die kinetische Energie  $E = \frac{1}{2}mv^2$  des Teilchens und berechnen Sie  $\sigma^2(p)$ ,  $\sigma^2(E)$ ,  $\text{cov}(p, E)$  und die Korrelation  $\rho(p, E)$ . Diskutieren Sie die Korrelation für die Spezialfälle  $a = 0$  bzw.  $b = 0$ . Hinweis: Bilden Sie Vektoren  $\vec{x} = (m, v)$  und  $\vec{y} = (p, E)$  und nähern Sie  $\vec{y} = \vec{y}(\vec{x})$  durch eine lineare Transformation an.

(b) Die Messwerte für  $E$ ,  $p$  und die Kovarianzmatrix seien bekannt. Berechnen Sie die Masse  $m$  und deren Fehler. Benutzen Sie die Ergebnisse aus (a), um den Zusammenhang zu verifizieren.

#### 3. Korrelierte Fehler

Auf einer Baustelle wird das Gewicht des abtransportierten Bodens durch Wiegen der Lastwagen vor und nach dem Beladen festgestellt. Die hierfür verwendete Waage hat eine Genauigkeit von 1% des Gewichts, ist jedoch nur auf 5% geeicht.

- (a) Bestimmen Sie die Kovarianzmatrix der beiden Messungen (leerer bzw. voller LKW).
- (b) Wie berechnet sich der Fehler auf das Gewicht des geladenen Bodens?
- (c) Welcher Wert und welcher Fehler des Gewichts des abtransportierten Bodens ergibt sich bei einem Leergewicht von 10 t und einem Gewicht des beladenen LKW's von 25 t? Welche Werte würden sich unter Vernachlässigung der Korrelationen ergeben?

#### 4. Fehler der Korrelationsbestimmung

Nach einer Umfrage unter 15 Schülern sind Noten in den Fächern Physik und Fremdsprachen antikorreliert mit einem Korrelationskoeffizienten von  $-0.11$ . Berechnen Sie den Fehler dieser Schätzung. Ist die beobachtete Korrelation signifikant?